



期中考试辅导

汇报人：李卓然



目录

01

期中复习规划

02

微积分知识点梳理

03

典型习题解答



01

期中复习计划

好的计划会帮助你事半功倍~

01

期中复习计划

第八周周末

完成平时课程中间逐步开始复习
解决疑难点，加快做题速度

第九周周末

开考考试做到课程内容把握完整
逐步考完考试，做好考后总结

尽快完成所有科目作业
初步梳理好课程内容

第八周周中

基本刷完作业习题课和复习资料
提纲、作业、习题、往年考试题

第九周周中

01

期中复习计划

放平心态

良好的心态有助于考前复习

资料整理

及时整理好课程提纲作业往年考试题

充分休息

适当锻炼，早睡早起

规划好上课与复习进度

规划复习

社工活动&社交活动
课程，作业，考试的平衡

平衡生活

02

微积分知识点梳理

最重要的是把握好微积分的框架与结构



极限

- $\epsilon - N$ 语言下数列极限定义, $\epsilon - \delta$ 语言下函数极限定义
- 数列极限的性质 (唯一性, 有界性, 保号性, 不等关系, 子列性质)
- 函数极限的性质 (与数列极限相仿, 函数极限与数列极限的关系)
- 夹逼定理, 单调收敛定理, 极限的四则运算法则, 复合函数极限
- 区间套定理, 列紧性定理, 有限覆盖定理, Stolz定理
- 无穷小量和阶的比较: $n^n, n!, a^n, n^a, \log n$

连续性

- 连续函数定义，两类间断点的判别
- 闭区间连续函数的性质（零点存在定理，介值定理，最大值最小值定理）
- 函数的一致连续性（一致连续与连续之间的关系）

函数的导数

- 导数的极限定义，导数存在与函数连续性的关系
- 导数的求导法则（加减乘除，复合函数求导，隐函数求导，参数方程求导）
- 导函数的应用（罗尔定理，Lagrange中值定理，Cauchy中值定理，洛必达法则，泰勒公式）

03

典型习题解答

平时做题的错误是珍贵的复习资料



(1) 已知极限 $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - x + 1} - ax - b) = 0$ ，求 a 与 b 的值.

关键点：对于阶数的判断，分情况讨论（函数极限计算）

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n + \sqrt{4n}} - \sqrt{n - \sqrt{2n}}$$

求极限： $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \left((n^k + 1)^{-\frac{1}{k}} + (n^k - 1)^{-\frac{1}{k}} \right)$

关键点：夹逼定理（数列极限计算）

求极限： $\lim_{n \rightarrow \infty} n \left(\sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{n^2 + k\pi} \right) \right)$

求极限： $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n^2 + n + 1} + \frac{2}{n^2 + n + 2} + \cdots + \frac{n}{n^2 + 2n} \right)$

$$(1) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{a^x + b^x + c^x}{3} \right)^{\frac{1}{x}} \quad (a, b, c > 0);$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{a^{\frac{1}{x}} + b^{\frac{1}{x}}}{2} \right)^x \quad (a > 0, b > 0);$$

关键点：特征极限的变形识别，复合函数求极限

$$\text{求极限：} \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2}{(x-2)(x+3)} \right)^x$$

$$\text{求极限：} \lim_{x \rightarrow \infty} x^2 (e^{\frac{1}{x}} - e^{\frac{1}{x+1}})$$

设 $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^{2n+1} + 1}{x^{2n+1} - x^{n+1} + 1}$, 判断函数的间断点及类型

关键点：函数计算，间断点判别

设 $f(x) = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{x e^{(1-x)t} + x^{2t}}{e^{(1-x)t} + x^{2t+1}}, x \in [0, +\infty)$

求函数 $f(x)$ 表达式并讨论函数的连续性与可微性，在可微点计算导函数

计算极限： $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1^m + \dots + n^m}{n^{m+1}}$

关键点：Stolz定理

设 $x_0 > 0, x_n = \ln(1 + x_{n-1}), n = 1, 2, \dots$

(1) 证明 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ 存在并求值

(2) 证明 $\lim_{n \rightarrow \infty} nx_n = 2$

计算 $y = \sin x + e^x$ 反函数的微分 $dx =$

关键点：函数反函数的求导法则，隐函数求导法则

已知 $x^2 + y^2 + \sin x + \sin y = 1$ 。由此方程确定的隐函数 $y = y(x)$ 的导函数为： $\frac{dy}{dx} =$

当 $x \rightarrow 0$ 时, $3x - 4 \sin x + \sin x \cos x$ 与 x^p 同阶无穷小, 则 $p =$

关键点: 洛必达法则, 泰勒展开, 无穷小量阶的比较

$f(x) = x^2|x|$, 在 $x = 0$ 处存在最高阶导数的阶数为:

当 $x \rightarrow 0$ 时, $f(x) = 1 - \cos(e^{x^2} - 1)$ 与 x^p 同阶无穷小, 则 $p =$

证明： $f(x) \in C[a, b]$ 并且 $f(x) \in C'(a, b)$, $f(a) = f(b) = 0$
求证：

$$\forall p \in R, \exists \xi \in (a, b), f'(\xi) = pf(\xi)$$

关键点：中值定理，构造函数

证明： $f(x) \in C[a, b]$ 并且 $f(x) \in C'(a, b)$, $a > 0$, $f(a) = 0$
求证：

$$\exists \xi \in (a, b), f(\xi) = \frac{b - \xi}{a} f'(\xi)$$

谢谢大家！

