

第二章 光学·波动光学

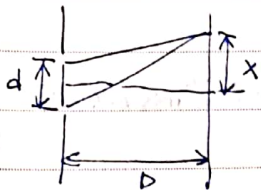
* 杨氏双缝干涉

我们将光看作波。有 $\vec{A}e^{ikx}$ 分别为复振幅和相位；研究杨氏双缝。

$$A = Ae^{ikx_1} + Ae^{ikx_2}$$

$$= Ae^{ik(x_0 - \frac{d}{2}\sin\theta)} + Ae^{ik(x_0 + \frac{d}{2}\sin\theta)}$$

通过波程差的方法：



$$\delta = r_2 - r_1 \approx d \sin\theta \approx d \frac{x}{D}$$

$$\Delta\varphi = \frac{\delta}{\lambda} 2\pi$$

有明暗纹条件：

$$\text{明纹: } \delta = \pm k\lambda \Rightarrow x = \pm k \frac{D}{\lambda} \lambda$$

$$\text{暗纹: } \delta = \pm (k + \frac{1}{2})\lambda \Rightarrow x = \pm (k + \frac{1}{2}) \frac{D}{\lambda} \lambda$$

$$\text{条纹间距: } \Delta x = \frac{D}{\lambda} \lambda$$

可以计算光强：

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos\varphi, \text{ 取 } I_1 = I_2 = I_0$$

$$\Rightarrow I = 4I_0 \cos^2 \frac{\Delta\varphi}{2}$$

定义衬比度：

$$V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \quad \text{理想情况下为1}$$

* 相干光

要求：振动方向相同，频率相同，相位差恒定

方法：分波前，分振幅

* 时间相干性

$$\text{考虑最大相干级次: } km(\lambda + \frac{\Delta\lambda}{2}) = (km+1)(\lambda - \frac{\Delta\lambda}{2})$$

$$\Rightarrow km = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$$

* 相干长度

$$\text{最大波程差: } l_m = km\lambda = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}, \text{ 其中 } \lambda \text{ 是中心波长}$$

* 相干时间

$$\text{定义为光通过相干长度所需的时间 } \tau = \frac{l_m}{c}$$



* 光源极限宽度

$$b_0 = \frac{R}{\lambda} \quad b < b_0 \text{ 时才有干涉}$$

* 相干间隔

$d_0 = \frac{R}{b} \lambda$, 能产生干涉的两次波源的最大距离

$$D_0 = \frac{d_0}{R} = \frac{\lambda}{b}$$

* 光程

我们定义 nr 为光程, $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta s$

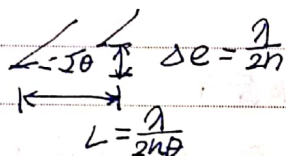
§. 薄膜干涉, 一等厚干涉

正入射: $\delta = 2ne + \frac{\lambda}{2}$ 半波损

从光疏射向光密的反射中, 会发生半波损失

$$\delta = k\lambda \rightarrow \text{明纹}$$

$$\delta = (2k+1)\frac{\lambda}{2} \rightarrow \text{暗纹}$$



* 牛顿环

$$r^2 = R^2 - (R - e)^2 \approx 2Re \Rightarrow e = \frac{r^2}{2R}$$

$$\Rightarrow \delta = 2e + \frac{\lambda}{2} = \frac{r^2}{R} + \frac{\lambda}{2}$$

$$\delta = k\lambda \rightarrow \text{明纹}$$

$$\delta = (2k+1)\frac{\lambda}{2} \rightarrow \text{暗纹}$$

中央为暗纹

第 k 个暗纹: $r_k = \sqrt{kR\lambda} \propto \sqrt{k}$

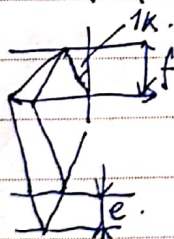
实用测量公式: $r_{k+m}^2 - r_k^2 = mR\lambda$

明纹半径: $r_k = \sqrt{\frac{(2k-1)R\lambda}{2}}$

* 薄膜干涉 一等倾干涉

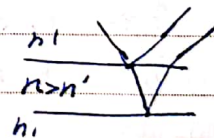
$$\delta = 2ne \cos r + \frac{\lambda}{2} = 2e \sqrt{n^2 - n'^2 \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2}$$

特点:



$$R_k = f \tan ik \quad \text{星点级次高}$$

$$\text{冒出/缩进一个环} \rightarrow \Delta e = \frac{\lambda}{2n}$$



* 迈克尔逊干涉仪.

有对单面反射镜, $\Delta d = N \cdot \frac{\lambda}{2}$

可用于测量折射率: 附加光程 $f = (n - 1)L = N\lambda$

第3章 光的衍射.

* 菲涅耳原理.

$dE(P) \propto \frac{a(Q) \cdot k(\theta)}{r} ds$. $a(Q)$ 为强度因子, $k(\theta)$ 为方位因子.

$$dE(P) = \frac{a(Q) \cdot k(\theta)}{r} ds \cos(\omega t - \frac{2\pi r}{\lambda})$$

$$E(P) = \iint_S \frac{a(Q) \cdot k(\theta)}{r} \cos(\omega t - \frac{2\pi r}{\lambda}) ds = E_0(P) \cos(\omega t + \varphi(P)) \quad \left. \vphantom{\iint_S} \right\} \text{基尔霍夫公式.}$$

* 单缝衍射



$$A = \int_{-a/2}^{a/2} \frac{A_0}{a} dx e^{i\varphi} \quad \Delta\varphi = \frac{a \sin\theta}{\lambda} 2\pi$$

$$= \int_{-a/2}^{a/2} \frac{A_0}{a} dx e^{i \frac{x \sin\theta}{\lambda} 2\pi}$$

$$= -\frac{A_0 \lambda i}{2\pi a \sin\theta} (e^{i \frac{\pi a \sin\theta}{\lambda}} - 1)$$

$$I = AA^* \quad , \quad \text{记} \quad \frac{\pi a \sin\theta}{\lambda} = u.$$

$$I = \frac{A_0^2}{u^2} (1 - e^{-iu} - e^{iu})$$

$$= I_0 \left(\frac{\sin u}{u} \right)^2, \quad \text{记} \quad \beta = \frac{u}{2} = \frac{\pi a \sin\theta}{\lambda}$$

$\theta=0$ 有主极大

$\beta = \pm k\pi$ 时, 有极小(暗纹), 有 $a \sin\theta = \pm k\lambda$

$\frac{dI}{d\beta} = 0 \Rightarrow \tan\beta = \beta$ 时有次极大.

考虑中央明纹, 有 $\sin\theta_1 = \frac{\lambda}{a} = \theta_1$, 故角宽 $= 2\frac{\lambda}{a}$, 线宽 $= 2f\frac{\lambda}{a}$

小角时, 中央明纹宽度约为次极大宽度2倍.

* 光栅衍射.

先考虑干涉效应: $f = d \sin\theta$ 明纹: $d \sin\theta = \pm k\lambda$ (正入射光栅)

同时, 可以得到暗纹: $d \sin\theta = \pm \frac{k+1}{2}\lambda$ 和次极大 $d \sin\theta = \pm k\lambda + \frac{m}{N}\lambda$, $m=1-N-1$

故: 相邻主极大有 $N-1$ 个次极大, $N-2$ 个暗纹.

主极大角宽: 有 $d \sin\theta_k = k\lambda$, $\Delta\theta = \frac{\lambda}{Nd \cos\theta_k}$

再加入衍射的调制, 决定了光强.



如果有 $\frac{a}{\lambda} = \frac{k}{\lambda}$, $\theta = 0'$, 主极大有缺级. ($d = ka$, 有缺级)

光强: $I_p = I_0 \left(\frac{\sin \beta}{\beta} \right)^2 \left(\frac{\sin \gamma}{\gamma} \right)^2$ $\beta = \frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta$ $\gamma = \frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta$
 $\uparrow$ 衍射项 $\uparrow$ 干涉项

考虑斜入射的情况:

$$d(\sin \theta - \sin i) = \pm k \lambda$$

$$\text{有 } \Delta \varphi = \frac{d \sin i}{\lambda} > \pi \text{ (0级)}$$

$$\Rightarrow \sin \theta = \frac{\lambda}{2\pi d} \Delta \varphi \text{ (0级)}$$

* 分辨率本领.



$$D \sin \theta_1 = 1.22 \lambda$$

$$\text{有 } \theta_{\min} \text{ (半角宽)} = 1.22 \frac{\lambda}{D}, \text{ 定义 } R \equiv \frac{1}{\theta_{\min}} = \frac{D}{1.22 \lambda}$$

* 光栅光谱

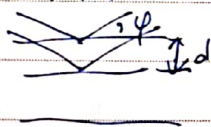
定义: 角色散能力 $D_\theta = \frac{d\theta}{d\lambda}$, 有 $d \cos \theta_k \cdot \delta \theta = k \delta \lambda$

$$\Rightarrow D_\theta = \frac{\delta \theta}{\delta \lambda} = \frac{k}{d \cos \theta_k}$$

定义: 色分辨本领: $R \equiv \frac{\lambda}{\delta \lambda}$ $\delta \theta = \frac{k \cdot \delta \lambda}{d \cos \theta_k} = \text{半角宽} = \frac{\lambda}{N d \cos \theta_k}$

$$\Rightarrow R = Nk.$$

* X光衍射

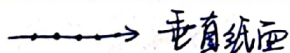


布拉格公式: $2d \sin \theta = k \lambda$

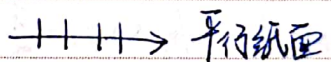
第X章光的偏振.

* 光的偏振状态.

线偏振

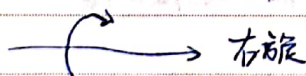


垂直纸面

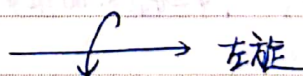


平行纸面.

圆偏振



右旋



左旋

定义偏振度: $P = \frac{I_p}{I_n + I_p}$ I_p : 完全偏振光的强度 I_n : 自然光的强度

* 马吕斯定律.

$I = I_0 \cos^2 \alpha$. 可以得到非偏振光经过线偏振片后 $I \rightarrow \frac{1}{2} I$.

$A = A_0 \cos \alpha$.



* 线偏振片的检偏.

非偏振 $\rightarrow I$ 不变.

线偏振 $\rightarrow I$ 变, 有消光.

圆偏振 $\rightarrow I$ 不变.

椭圆偏振 $\rightarrow I$ 变, 无消光.

完全偏振.

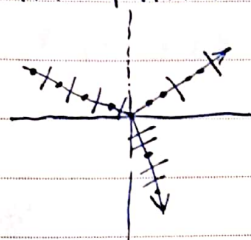
非偏振 + 线偏振 $\rightarrow I$ 变, 无消光.

非偏振 + 圆偏振 $\rightarrow I$ 不变.

非偏振 + 椭圆偏振 $\rightarrow I$ 变, 无消光.

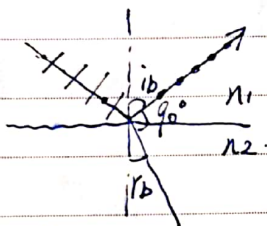
部分偏振.

* 反射和折射的偏振.



反射: 垂直分量多.

折射: 平行分量多.



有布儒斯特定律: $\tan i_b = \frac{n_2}{n_1}$ 时, 反射光只有垂直分量.

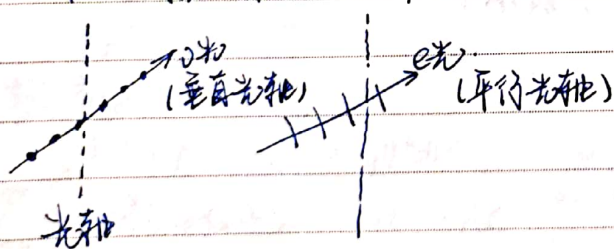
$i = i_b$ 时, $\frac{I_r}{I_i} = \sin^2(i_b - r_b)/2$.

* 双折射.

O光 $\rightarrow$ 普通 e光 $\rightarrow$ 非常, 无折射定律.

O和e线偏振方向垂直.

定光轴: 不发生双折射的方向.

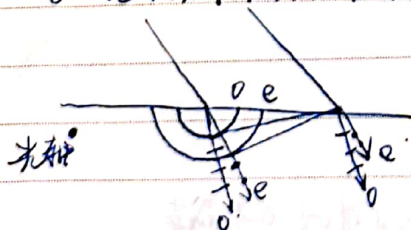


在垂直光轴方向, 定 $n_e = \frac{c}{v_e}$.

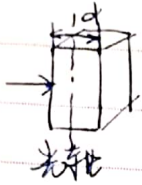
正晶体: $v_o > v_e$

负晶体: $v_o < v_e$

引入惠更斯作图法进行绘制:



* 椭圆和圆偏振光.



$$|\Delta\varphi| = |n_o - n_e| \cdot d \cdot \frac{2\pi}{\lambda}$$

① $\frac{1}{4}$ 波片: $|n_o - n_e|d = \frac{\lambda}{4}$, $|\Delta\varphi| = \frac{\pi}{2}$

② $\frac{1}{2}$ 波片: $|n_o - n_e|d = \frac{\lambda}{2}$, $|\Delta\varphi| = \pi$

③ 全波片: $|n_o - n_e|d = \lambda$, $|\Delta\varphi| = 2\pi$

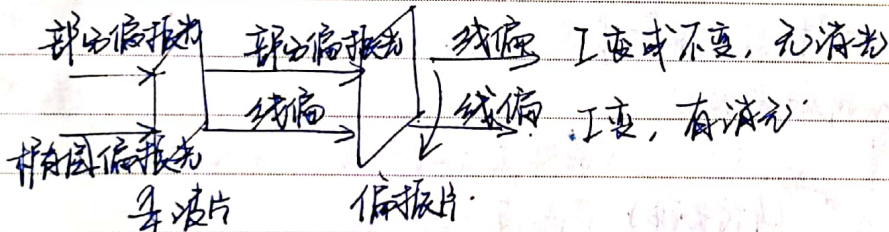
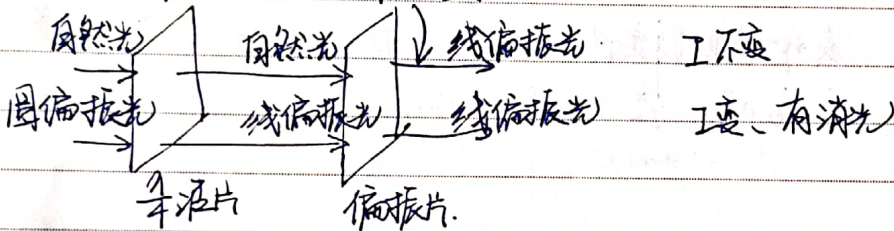
$\frac{1}{4}$ 波片:

线偏 和光轴平行/垂直 $\rightarrow$ 线偏
成 45° $\rightarrow$ 圆偏
其它 $\rightarrow$ 椭圆偏振.

圆偏 $\rightarrow$ 圆偏.
椭圆偏振 主轴平行或垂直 $\rightarrow$ 线偏.
其它 $\rightarrow$ 椭圆偏振.

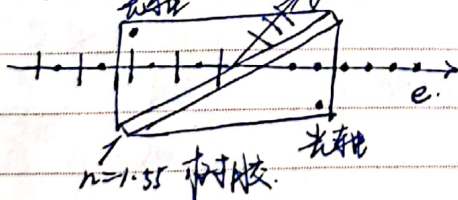
$\frac{1}{2}$ 波片: 使线偏光偏振方向转过 2α .

* 椭圆和圆偏振光的检验偏.



* 偏振光学元件.

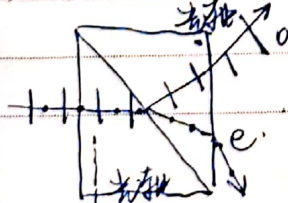
格兰—汤姆孙棱镜



$$n_o(1.6584) > n(1.55) > n_e(1.4864)$$

获得高质量线偏光

沃拉斯顿棱镜



注: 从1到2时, 折射定律对 e 光成立.



第2章 量子物理

* 黑体辐射

维恩位移定律 $\nu_m = C_1 T$ $C_1 = 5.880 \times 10^{10} \text{ Hz/K}$

$$\eta_m = b/T, \quad b = 2.898 \times 10^{-3} \text{ m/K}$$

斯特藩-玻尔兹曼定律 $M = \sigma T^4$ $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4$

普朗克公式: $M\nu(T) = \frac{2\pi h}{c^2} \frac{\nu^3}{e^{h\nu/kT} - 1}$ $M\nu(T)d\nu = M\eta(T)d\eta$

* 光电效应

有饱和光电流 i_m , 截止电压 U_c , 红限频率 ν_0 , 瞬时性.

瞬时性, 截止电压和红限无法用波动解释.

爱因斯坦光电方程
$$\begin{cases} \frac{1}{2} m v^2 = h\nu - A \\ U_c = K\nu - U_0 \end{cases} \Rightarrow \nu_0 = \frac{A}{h}$$

$$eU_c = eK\nu - eU_0, \quad h = eK$$

* 光的二象性

$$E = h\nu, \quad m = \frac{h\nu}{c^2}, \quad p = \frac{h}{\lambda}$$

* 康普顿散射

$$\Delta\lambda = \lambda_c(1 - \cos\varphi) = 2\lambda_c \sin^2 \frac{\varphi}{2}, \quad \text{其中 } \lambda_c = \frac{h}{m_0 c} = 2.41 \times 10^{-12} \text{ m 为电子的康普顿波长.}$$

$$\text{有 } \lambda' = \lambda_0 + \Delta\lambda$$

* 波粒二象性

对实物粒子, 同样有 $E = h\nu, \quad p = \frac{h}{\lambda}$

$$\text{波速: } u\nu = c^2$$

* 概率幅

$$|\psi|^2 \propto P \rightarrow dP = |\psi|^2 dV, \quad \text{有 } \iiint_V |\psi|^2 dV = 1 \text{ 归一化条件.}$$

$$\text{对于自由粒子, } \psi(x, t) = A e^{\frac{i}{\hbar}(px - Et)} = \phi(x) e^{-\frac{i}{\hbar}Et}, \quad \phi(x) = A e^{\frac{i}{\hbar}px} \text{ (空间部分)}$$

* 不确定性关系

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}, \quad \Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$$



第7章 薛定谔方程

* 薛定谔方程

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + U(\vec{r}, t) \right] \psi$$

一维情况: $i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + U(x, t) \right) \psi$

定义哈密顿算符: $\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + U(\vec{r}, t)$, 若 U 不显含时间, 则称 $\hat{H}$ 为能量算符. 薛定谔方程可写为 $i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = \hat{H} \psi$

* 定态薛定谔方程

若 U 不含时, 假设 $\psi = \phi(r) \cdot T(t)$

$$\Rightarrow i\hbar \frac{dT}{dt} \phi = (\hat{H} \phi) T$$

$$\Rightarrow i\hbar \frac{dT}{dt} \frac{1}{T} = \frac{1}{\phi} \hat{H} \phi = E$$

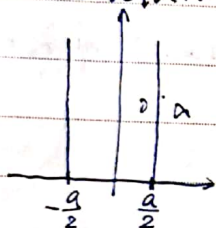
$$\begin{cases} i\hbar \frac{dT}{dt} T = E \\ \frac{1}{\phi} \hat{H} \phi = E \Rightarrow \hat{H} \phi = E \phi \end{cases} \quad \text{①}$$

$$\hat{H} \phi = E \phi \quad \text{②}$$

①的解: $T = C e^{-\frac{i}{\hbar} E t}$

有定态薛定谔方程: $\left(-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + U(r) \right) \phi(r) = E \phi(r)$

* 一维无限方势阱



$$\frac{d^2 \phi}{dx^2} + \frac{2mE}{\hbar^2} \phi = 0$$

$$\phi = A \sin(kx + \varphi), \quad k = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}$$

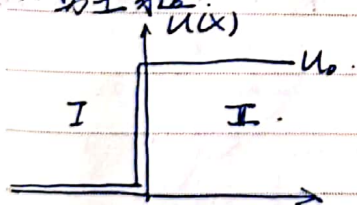
$$\text{有 } \phi(-\frac{a}{2}) = \phi(\frac{a}{2}) = 0, \text{ 故 } 2\varphi = L\pi, \quad \varphi = \frac{L\pi}{2}$$

能量本征值, $E=0$ 不可能, 求导, 有 $ka = n\pi$, 故 $E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ma^2} n^2, n=1, 2, \dots$ 为量子数.

同时, $p = \sqrt{2mE} = \frac{\hbar}{a} n$, 故 $\eta_n = \frac{2\pi}{n}$

由归一化条件, 有 $A = \sqrt{\frac{2}{a}}$

* 势垒穿透



I区: $\pm k_1 = \sqrt{2mE/\hbar^2}, \quad \frac{d^2 \psi_1}{dx^2} + k_1^2 \psi_1 = 0$

II区: $\pm i k_2 = \sqrt{2m(E-U_0)/\hbar^2}, \quad \frac{d^2 \psi_2}{dx^2} + (i k_2)^2 \psi_2 = 0$

有:

$$\psi_1(x) = A e^{i k_1 x} + B e^{-i k_1 x}$$

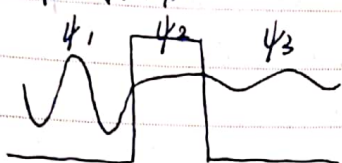
$$\psi_2(x) = C e^{-k_2 x} + D e^{k_2 x}$$

$$x \rightarrow \infty \text{ 时, } \psi_2 \text{ 有限} \Rightarrow D = 0$$



$$\begin{cases} \psi_1 = Ae^{ikx} + Be^{-ikx} & (\text{波动解}) \\ \psi_2 = Ce^{-kx} = Ce^{-\frac{1}{\hbar} \sqrt{2m(U_0-E)}x} & (\text{指数解}) \end{cases}$$

* 隧穿效应.



$$\psi_3 = Se^{i\frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}x} \quad |S| = \left[1 + \frac{1}{\frac{E}{U_0}(1-\frac{E}{U_0})} \sinh^2\left(\frac{a}{\hbar} \sqrt{2m(U_0-E)}\right) \right]^{-1/2}$$

$$\text{定态透射系数 } T = |S|^2 \propto e^{-\frac{2a}{\hbar} \sqrt{2m(U_0-E)}}$$

* 一维谐振子.

$$U(x) = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 x^2, \text{ 记 } \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\Rightarrow \frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} [E - U(x)]\psi = 0$$

$$\text{可解得 } E_n = (n + \frac{1}{2})\hbar\omega = (n + \frac{1}{2})\hbar\nu \quad (n=1, 2, \dots)$$

$$\text{有零点能 } E_0 = \frac{1}{2}\hbar\nu$$

$$\text{其波函数有 } \psi_n(x) = \left(\frac{\alpha}{2\sqrt{\pi}\hbar}\right)^{1/2} H_n(\alpha x) e^{-\frac{1}{2}\alpha^2 x^2} \quad \alpha = \sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}}$$

第8章 原子中的电子

* 氢原子

$$\text{里德伯公式 } \tilde{\nu} = \frac{1}{B} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2} \right), \quad n=1, 2, 3, \quad n'=n+1, n+2, \dots, \quad B=3645.6 \text{ \AA}$$

有波尔的理论: 能量条件 $h\nu = \Delta E$

$$\text{量子化条件 } L = n\hbar$$

$$\text{有 } r_1 = \frac{4\pi\epsilon_0\hbar^2}{me^2} = 5.29 \times 10^{-11} \text{ m} = a_0 \text{ (波尔半径)}$$

$$E_n = \frac{E_1}{n^2}, \quad E_1 = -13.6 \text{ eV}$$

对于类氢原子, 核电荷数 Z , $E_1 = Z^2 E_1^H$

* 氢原子的量子力学处理.

$$U(r) = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}, \quad \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial}{\partial r} r^2 \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin\theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin\theta \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2\theta} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \phi^2} + \frac{2m}{\hbar^2} \left(E + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) \psi = 0.$$

$$\text{分离变量, } \psi(r, \theta, \phi) = R(r)\Theta(\theta)\Phi(\phi) = R(r)Y(\theta, \phi)$$

$$\begin{cases} \frac{d^2\Phi}{d\phi^2} + m_l^2 \Phi = 0 \\ \frac{1}{\sin\theta} \frac{d}{d\theta} \left(\sin\theta \frac{d\Theta}{d\theta} \right) + \left[L(L+1) - \frac{m_l^2}{\sin^2\theta} \right] \Theta = 0 \\ \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dR}{dr} \right) + \left[\frac{2m}{\hbar^2} \left(E + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) - \frac{L(L+1)}{r^2} \right] R = 0 \end{cases}$$



电子在有心力场，角动量守恒， $\hat{L}_z = -i\hbar \frac{\partial}{\partial \phi}$ ，有 $\hat{L}_z \phi = L_z \phi$ ， $L_z = \text{const.}$

$$\Rightarrow \phi(\phi) = A e^{\frac{i}{\hbar} L_z \phi}$$

$$\Rightarrow L_z = m_l \hbar, m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad \hat{L}_z \text{ 的本征函数为 } \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{im_l \phi}$$

m_l 称为磁量子数

$$\text{再考虑 } \hat{L}^2 = -\frac{\hbar^2}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{\hat{L}_z^2}{\sin^2 \theta}, \text{ 得到 } L^2 = L(L+1)\hbar^2, l = 0, 1, 2, \dots$$

称为角量子数

$$\text{要求 } -l \leq m_l \leq l, \text{ 故 } m_l = 0, \pm 1, \dots, \pm l$$

$$\text{综上, } L_z = m_l \hbar, L = \sqrt{l(l+1)} \hbar, l = 0, 1, \dots, m_l = 0, \pm 1, \dots, \pm l$$

$$\Rightarrow \text{可知 } \hat{L} \text{ 在空间中最多只有 } 2l+1 \text{ 种取向. } \hat{L}_z \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{im_l \phi}$$

再分析能量： $\hat{H}$ 和 $\hat{L}$ 有相同的本征函数。 $E_n = \frac{\hbar^2}{2m_e a_0^2} n^2$ ， $n = 1, 2, \dots$ ， n 称为量子数。新的要求： $l = 0, 1, 2, \dots, n-1$

* 电子自旋，自旋轨道耦合。

$$\text{塞曼效应 } \Delta E_B = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} = -\mu_L B = m_l \mu_B B, m_l = 0, \pm 1, \dots, \pm l$$

原子能级分裂成 $2l+1$ 。

$$\text{轨道磁矩: } \vec{\mu} = -i\pi r^2 \cdot \vec{e}_l = -\frac{V}{2\pi r} e \cdot \pi r^2 \cdot \vec{e}_l$$

$$= -\frac{e}{2m_e} m_e v r \cdot \vec{e}_l = -\frac{e}{2m_e} \vec{L}$$

$$\mu_z = -\frac{e}{2m_e} L_z = -\frac{e\hbar}{2m_e} m_l, \text{ 记 } \frac{e\hbar}{2m_e} = \mu_B \text{ 为玻尔磁子。}$$

$$\mu_z = -m_l \mu_B, \text{ 是量子化的。}$$

$$\text{那么, } F_z = -\frac{\partial E}{\partial z} = \mu_z \frac{\partial B_z}{\partial z} = -m_l \mu_B \frac{\partial B_z}{\partial z} \text{ 有 } 2l+1 \text{ 种可能性。}$$

* 电子自旋

$l=0$ 的 Hg 有两条线，新的矛盾出现。 $\Rightarrow$ 电子有自旋角动量 $\vec{S}$ 和自旋磁矩 $\vec{\mu}_S$ 。
同时方向相反。

$$\text{自旋角动量 } S = \sqrt{s(s+1)} \hbar, S_z = m_s \hbar, s - \text{自旋量子数, } m_s - \text{自旋磁量子数}$$

实验给出 $\vec{S}$ 只有 2 种取向， $2s+1=2, s=\frac{1}{2}$ ，故：

$$\begin{cases} S = \frac{\sqrt{3}}{2} \hbar \\ S_z = \pm \frac{1}{2} \hbar \end{cases}$$

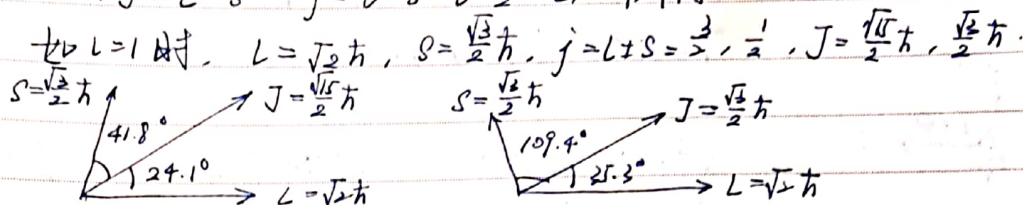
$$\text{同时给出 } \vec{\mu}_S = -\frac{e}{m_e} \vec{S} \rightarrow \mu_{Sz} = -\frac{e}{m_e} S_z = \mp \frac{e\hbar}{2m_e} = \mp \mu_B$$



* 自旋、轨道耦合

$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$, $J = \sqrt{j(j+1)}\hbar$ j — 总角动量量子数. $l=0$ 时, $\vec{J} = \vec{S}$, $j=s=\frac{1}{2}$

$$l \neq 0 \begin{cases} \vec{J} = \vec{L} + \vec{S} & j = l + s = l + \frac{1}{2} \quad \vec{L}, \vec{S} \text{ 平行} \\ \vec{J} = \vec{L} - \vec{S} & j = l - s = l - \frac{1}{2} \quad \vec{L}, \vec{S} \text{ 反平行} \end{cases}$$



* 原子状态光谱项表示

$n^{2S+1}L_J$ — 轨道角动量量子数的代号, $l=0, 1, 2, 3$ 对应 S, P, D, F.
 n — 主量子数
 $2S+1$ — 自旋角动量量子数
 L — 轨道角动量量子数
 J — 总角动量量子数

* 碱金属原子光谱

能级和 n 和 l 都有关. $\textcircled{1}$ 轨道贯穿, 感受到更多的正电荷, $E \downarrow$

$\textcircled{2}$ 原子实极化. $\frac{\infty}{e + (Z-1)e} - \frac{1}{2-1} E_V$

精细结构: $E_S = -\vec{\mu}_S \cdot \vec{B} = -\mu_B B$, $E_S = \pm \mu_B B$

故 $E_{n,l,s} = \pm \mu_B B + E_{n,l,s}$ 分裂成了两条.

* 泡利不相容原理

对于不可分辨的体系, 要求 $\psi(1,2) = \psi(2,1)$ 或 $\psi(1,2) = -\psi(2,1)$, 即对称或反对称.

费米子: 自旋为半整数的粒子, $s = \frac{1}{2}$: e, p, n, μ , τ , ν , ^3He 核等.

$s = \frac{3}{2}$: ν 等

某系统波函数是反对称的, $\psi(1,2) = -\psi(2,1)$

$$\psi(1,2) = \frac{1}{\sqrt{2}} (\psi_A(1)\psi_B(2) - \psi_A(2)\psi_B(1))$$

若 $A=B$, $\psi(1,2) = 0$, 故有泡利不相容原理: 不能有两个或两个以上的全同的费米子处于同一单量子态.

玻色子: 自旋为 0 或整数的粒子, $s=0$: π , K , ^4He 等.

$s=1$: γ



其波函数是对称的, $\psi(1,2) = \psi(2,1)$, $\psi(1,2) = \frac{1}{\sqrt{2}} [\psi_A(1)\psi_B(2) + \psi_A(2)\psi_B(1)]$
有 $A=B$ 时, $\psi(1,2) \neq 0$, 故不受不相容原理限制

* 费米统计.

$$N(E) = \frac{1}{e^{(E-\mu)/kT} + 1}, \quad \mu = \mu(T) \text{ 为粒子化学势, } E_F = \mu(0) \text{ 为费米能量.}$$

T 不太高时, $E_F = \mu(T)$.

对于 $\sim kT$ 的热激发, 只能激发到 E_F 以上, 密度为 kT 的状态上, 形成过渡态, 而 $kT \gg E_F$ 时台阶消灭.

* 玻色统计.

$$N(E) = \frac{1}{e^{(E-\mu)/kT} - 1}, \quad \text{由于对 } T, \text{ 有 } 0 \leq N(E) < \infty, \text{ 有玻色-爱因斯坦凝聚.}$$

基态 $E_0 = 0$, $N(E_0) = \frac{1}{e^{-\mu/kT} - 1}$, $T \rightarrow 0K$, $0 \leq N_0 < \infty$, 故 $\mu < 0$.

$$\alpha = \frac{N_0}{N_0} = \frac{e^{-\mu/kT} - 1}{e^{(E_0-\mu)/kT} - 1} \xrightarrow{T \rightarrow 0} 0.$$

故在 $T \rightarrow 0K$ 时, 所有玻色子 $\rightarrow$ 基态, 形成“凝聚”

* 过渡.

$$\text{当 } (E-\mu) \gg kT \text{ 时, } N(E) = \frac{1}{e^{(E-\mu)/kT} + 1} \approx e^{-(E-\mu)/kT} = A(T) e^{-\frac{E}{kT}}$$

还原成经典的 M-B 分布.

* 电子壳层排布.

优先排低能级, 经验: $(n+0.7/l)$ 大 $\Rightarrow E$ 大, 由 4 个量子数 n, l, m_l, m_s 确定, n 相同为 1 壳层有 $2n^2$ 位置, l 相同为 1 次壳层, 有 $2(2l+1)$ 位置.

* 激光.

原子的受激辐射产生, 要求粒子数布居反转.

第 9 章 固体物理.

* 金属的自由电子费米模型

$$\text{有 } n_x = \frac{2a}{\pi x}, n_y = \frac{2a}{\pi y}, n_z = \frac{2a}{\pi z}, n_x, n_y, n_z = 1, 2, 3, \dots$$

$$\text{动量: } p_x = \frac{\pi \hbar}{a} n_x, p_y = \frac{\pi \hbar}{a} n_y, p_z = \frac{\pi \hbar}{a} n_z$$

$$E = \frac{p^2}{2me} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mea^2} (n_x^2 + n_y^2 + n_z^2), \text{ 注意到存在能级的简并}$$

换入量子数空间, 在 $\frac{1}{8}$ 球面上, 能量相同, $R = \sqrt{\frac{2mea^2}{\pi^2 \hbar^2} E}$.

$$\text{小于 } E \text{ 的状态总数就是球的体积, } N_s = \frac{1}{8} \times \frac{4}{3} \pi R^3 \times 2$$

$$= \frac{1}{3} (2me)^{3/2} \frac{a^3 E^{3/2}}{\pi^2 \hbar^3}.$$



可以得到单位体积内小于E的可能状态数:

$$n_s = \frac{N}{a^3} = \frac{1}{3} (2me)^{\frac{3}{2}} \frac{E^{\frac{3}{2}}}{\pi^2 \hbar^3}$$

$T=0K$ 时, 能级的最高能级称为费米能级:

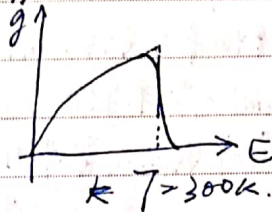
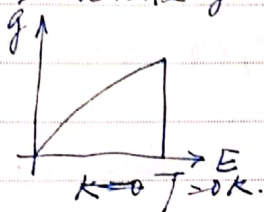
$$E_F = (3\pi^2)^{\frac{2}{3}} \frac{\hbar^2}{2me} n^{\frac{3}{2}}, \text{ 仅取决于电子数密度.}$$

有: 费米能量 $E_F = (3\pi^2)^{\frac{2}{3}} \frac{\hbar^2}{2m_0} n^{\frac{3}{2}}$.

费米速度 $v_F = \sqrt{2E_F/m} \sim 10^6 \text{ m/s}$.

费米温度 $T_F = E_F/k \sim 10^4 \text{ K}$.

定义态密度 $g(E) = \frac{dn_s}{dE} = \frac{(2me)^{\frac{3}{2}}}{2\pi^2 \hbar^3} E^{\frac{1}{2}}$.



* 固体能带

原子间相互作用让能级分裂: 有N个原子, 能级能级分裂成N个能带.

一般来说: ① 越是外层电子, 带宽 ΔE 越大.

② 点阵间距越小, 带宽 ΔE 越大.

③ 能带之间有可能交叠.

* 能带中电子的排布

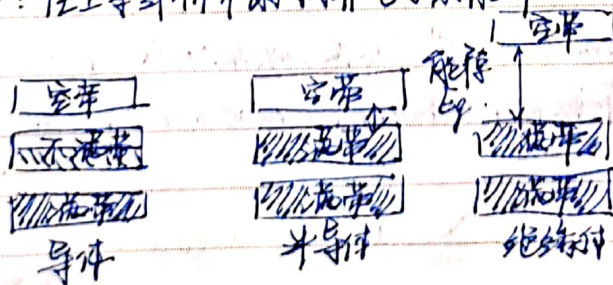
满带, 不满带: 填满或未填满电子的能带.

空带: 未填电子的能带.

禁带: 不允许填充电子的能量区.

价带: 和价电子能级相应的能带, 即最高的填满电子的能带.

导带: 位于价带之上的未排电子的能带.



* 导电性的能带解释

导电: 电场作用下, 电子发生带内或带间量子跃迁, 使能带填充非对称化, 带内电子对电流贡献不能抵消, 进而形成电流导电.



* 满带不导电 ($0.1 \sim 2 \text{ eV}$)

* 半导体能隙小, 能由价带到导带的量子跃迁, 非对称化填充, 导电

* 绝缘体能隙大 ($> 6 \text{ eV}$), 跃迁不上去.

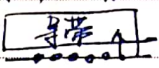
* 半导体电子论.

• 本征半导体: 无杂质的纯净半导体, 通过热, 光, 电激发, 电子从价带跃迁到导带, 形成空穴-电子对, 称为“本征载流子”, 形成了“本征导电性”.

如 $h\nu > E_g$ 能激发.

杂质半导体 n型: 本征半导体(物)掺入某些V族元素, 可形成电子导电为主的n型半导体.

能带特点: 禁带内靠近导带出现施主能级, $E_d \sim 10^{-2} \text{ eV}$.

OK  ← 施主能级.



p型: 本征半导体中掺入了价元素, 可形成空穴导电为主的p型半导体.

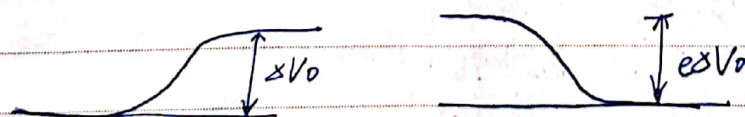
能带特点: 禁带内靠近价带出现受主能级, $E_a \sim 10^{-1} \text{ eV}$, 易形成空穴导电.

OK  ← 受主能级

混合施主浓度(n_d)和受主浓度(n_a), 若 $n_d > n_a$, 为n型, 若 $n_d < n_a$, 为p型.

* p-n 结, 二极管

在n型半导体的一侧掺入较高浓度的受主杂质, 使该侧成立p型, 交界面载流子扩散, 形成内建电场 E_{in} , 平衡后形成耗尽层, 有电势差 ΔV , 形成势垒



1. 正向偏压

p接正, n接负, 耗尽层变窄, 形成正向电流

2. 反向偏压

p接负, n接正, 耗尽层变宽, 不利于导电, 有少量漏电流

