

实验一 三端变阻器

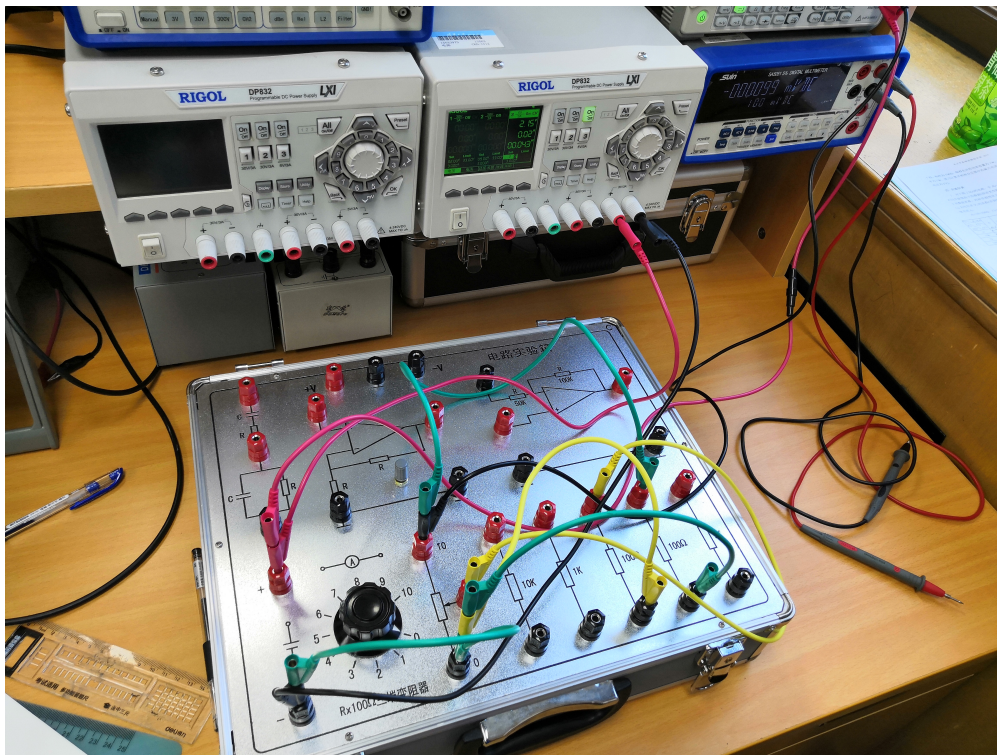


图 (1): 三端变阻器实验过程

班级: 计86
姓名: 周恩贤
学号: 2018011438
实验日期: 2019.09.29

实验结果与作图

第一行: $\frac{R_{fz}}{R_0}$, 第一列: $\frac{R_2}{R_0}$, 表格值: $\frac{U_{fz}}{U_0}$

	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
∞	0.00	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.61	0.71	0.81	0.91	1.00
10	0.00	0.10	0.20	0.30	0.39	0.49	0.59	0.69	0.79	0.90	1.01
1	0.00	0.09	0.17	0.25	0.33	0.40	0.49	0.59	0.70	0.84	1.00
0.1	0.00	0.06	0.08	0.10	0.13	0.15	0.19	0.24	0.32	0.49	1.00
0.1 改良	0.00	0.37	0.44	0.48	0.50	0.52	0.54	0.55	0.56	0.66	1.00

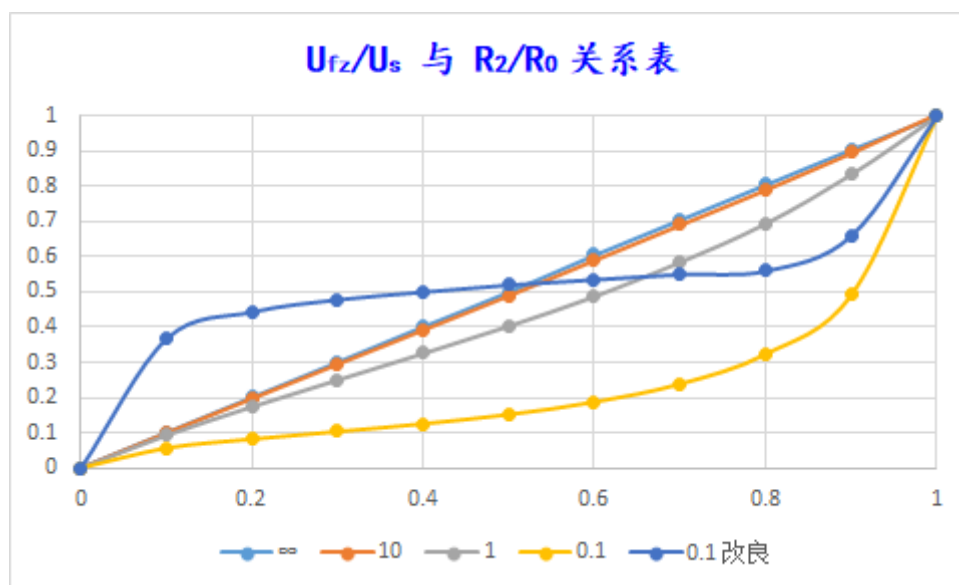


图 (2): U_{fz}/U_s 在不同的 R_{fz}/R_0 情况下随 R_2/R_0 变化的曲线

实验报告要求

1. 为使得调压特性在 $R_2/R_0 = 0.5$ 时能有 $U_{fz}/U_s > 0.4$, 比值 R_{fz}/R_0 应该如何选取?

实验结果

由实验结果我们得知 $R_{fz}/R_0 = 1, U_{fz}/U_s = 0.4$ 时有 $R_2/R_0 = 0.5$, 因此选取 $R_{fz}/R_0 > 1$

理论推导

由电路串并联得知 $R_{effect} = (R_2 // R_{fz}) + R_1 \Rightarrow I = \frac{U_s}{R_{effect}} \Rightarrow U_{R_1} = R_1 I$

$$\Rightarrow U_{fz} = U_s - U_{R_1} = U_s \left(1 - \frac{R_1}{R_{effect}}\right) = \frac{R_2 // R_{fz}}{R_{effect}} U_s = \frac{R_2 R_{fz} / (R_2 + R_{fz})}{R_2 R_{fz} / (R_2 + R_{fz}) + R_1} U_s$$

由三端变阻器的特性知 $R_1 = R_0 - R_2$, 此时令 $x = \frac{R_2}{R_0}$ $k = \frac{R_{fz}}{R_0}$ 整理后得到

$$\Rightarrow \frac{U_{fz}}{U_s} = \frac{R_{fz} R_2}{R_0 (R_{fz} + R_2) - R_2^2} = \frac{kx}{-x^2 + x + k} = y_b \quad (1)$$

找寻 k 在 $x = \frac{R_2}{R_0} = 0.5$ 时使得 $\frac{U_{fz}}{U_s} > 0.4$:

$$\Rightarrow \frac{0.5k}{-0.25 + 0.5 + k} > 0.4 \Rightarrow k > 1$$

理论与实验结果相符, 结论正确

2. 绘出 $\frac{U_{fz}}{U_S}$ 随 $\frac{R_2}{R_0}$ 变化的曲线, 比较 $\frac{R_{fz}}{R_0} = 0.1$ 改良前、后的曲线, 说明新方案的优缺点:

曲线见上述图 (2)。

我们推导曲线斜率, **斜率越稳定** 代表 **分压比率与电阻比率为线性关系**, 意味着 **调压特性越好**。

理论推导

由改良后电路的串并联关系可得知 $R_{effect} = (R_2 // R_{fz}) + (R_1 // R)$

$$\Rightarrow I = \frac{U_S}{R_{effect}} \Rightarrow U_{R_1} = (R_1 // R) I$$

$$\Rightarrow U_{fz} = U_S - U_{R_1} = U_S \left(1 - \frac{R_1 // R}{R_{effect}}\right) = \frac{R_2 // R_{fz}}{R_{effect}} U_S = \frac{R_2 R_{fz} / (R_2 + R_{fz})}{R_2 R_{fz} / (R_2 + R_{fz}) + R_1 R / (R_1 + R)} U_S$$

由三端变阻器的特性知 $R_1 = R_0 - R_2$, 此时令 $x = \frac{R_2}{R_0}$ $k = \frac{R_{fz}}{R_0}$ 整理后得到

$$\Rightarrow \frac{U_{fz}}{U_S} = \frac{-x^2 + kx + x}{-2x^2 + 2x + k} = y_a \quad (2)$$

将式(1)、式(2) 对 x 微分, 找出改良前 y_b 与 改良后 y_a 对 x 的斜率:

$$\Rightarrow \frac{dy_b}{dx} = \frac{kx^2 + k^2}{(-x^2 + x + k)^2} \quad (3)$$

$$\Rightarrow \frac{dy_a}{dx} = \frac{(-2x + k + 1)(-2x^2 + 2x + k) - (-x^2 + kx + x)(-4x + 2)}{(-2x^2 + x + k)^2} = \frac{2kx^2 - 2kx + k^2 + k}{(-2x^2 + x + k)^2} \quad (4)$$

依照式(3)、式(4), 我们可以计算出以下数据, 并输入 Excel 绘制成图表

斜率曲线与表格

固定 $k = R_{fz}/R_0 = 0.1$, 表格值: 式(3)、式(4)的斜率值

$x = R_2/R_0$	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
改良前 dy_a/dx	1.00	0.30	0.21	0.20	0.22	0.29	0.40	0.61	1.09	2.52	11.00
改良后 dy_b/dx	11.00	1.17	0.44	0.25	0.18	0.17	0.18	0.25	0.44	1.17	11.00

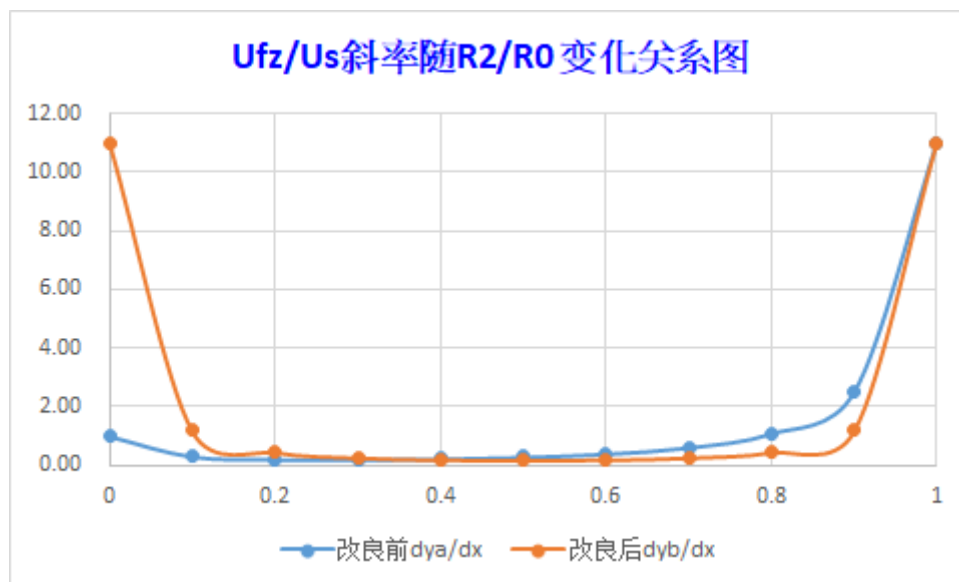


图 (3): U_{fz}/U_S 的斜率在 $R_{fz}/R_0 = 0.1$ 的情况下 随 R_2/R_0 变化的曲线

此图形因头尾起伏较大, 局部图形较不清晰, 我们限定 $R_2/R_0 \in [0.1, 0.8]$:

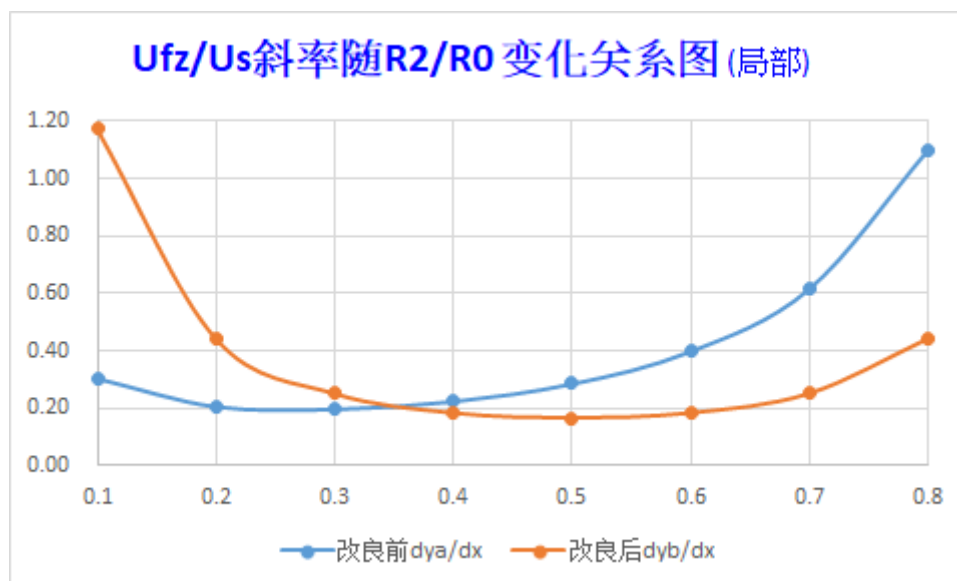


图 (4) : U_{fz}/U_s 的斜率在 $R_{fz}/R_0 = 0.1$ 的情况下随 R_2/R_0 变化的局部曲线

由图 (3) (4) 可知, 新方案在 $\frac{R_2}{R_0}$ 的值 **较为极端** 时调压特性较差; 在 $\frac{R_2}{R_0} \in [0.3, 0.9]$ 时表现较好。

思考题

1. 讨论改良电路相对于原本电路 (分压器式法) 的优缺点

由上述表格和曲线图可知, 随 $x = R_2/R_0$ 从 0 递增到 1 的过程: **原本电路一开始的斜率较小, 分压特性稍好**; 但当 $x > 0.3$ 时, 斜率 **开始递增, 且二阶导为正, 尤其在 $[0.3, 0.7]$ 较为中间的部分开始急剧偏离水平线**; 反之, **改良电路在 $x \in [0.3, 0.7]$ 时斜率稳定, 较近似于水平线**。因此, 我们可以给出以下结论:

- 需要 **较均匀** 的分压时, 也就是说 $\frac{3}{7} \leq \frac{R_1}{R_2} = \frac{1-x}{x} \leq \frac{7}{3}$ 时选取 **改良电路**
- 需要 **较极端** 的分压时, 也就是说 $\frac{3}{7} > \frac{R_1}{R_2} > 0$ or $\frac{R_1}{R_2} > \frac{7}{3}$ 时选取 **原本电路**
- 考虑一个极端情况, $R_2 = 0$, 则改良电路等效电阻为 $(R_0 // R) + R_{fz}$, 原本电路等效电阻为 $R_0 + R_{fz}$, 很显然的, **原本电路就从原本变阻器期望透过 R_1, R_2 分压改成了透过 $(R_1 + R_2), R_{fz}$ 进行分压**, 此时当然没必要在并联一个 R 破坏电路的线性情况了。

2. 对于原本电路, 试说明为了得到实用的调压特性, 应如何选取 R_{fz}/R_0 的值?

由实验结果可知, 当 R_{fz}/R_0 **愈大时, 调压特性最好**, 最符合线性关系。

创新

1. 三端变阻器实验仅需量测电路中的电压, 为何仍需接上电流表?

接上电流表可 **检测电路是否连通**; 另一方面可以是确保电路的 **安全性**, 避免连接错误所造成的短路等危险。

2. 实验中选定 $U_S = 2V$, 本次实验其实重视的是调压的 "比例", 那改为其它数值可以吗?

理论可行, **理想电阻** 的伏安特性 **满足欧姆定律, 为线性元件**。但实操过程中可能会有以下问题:

- U_S 太大, 会使得流经变阻器的电流超过其允许范围, 可能 **烧坏** 而造成危险。
- U_S 太小, 仪器精度不足时会 **增加误差** 比例

实验结论

1. 改良前电路 (分压器式电路):

- 要获得良好的分压特性, 最好的情况是 $\frac{R_{fz}}{R_0} = \infty$, 也就是开路的情形; 另一种情形是让 $R_2 = 0$, 此时就变成了透过 R_0, R_{fz} 的串联进行分压。
- 在 $R_{fz}/R_0 = 0.1$ 时, 仅在 $\frac{R_2}{R_0} < 0.3$ 时调压特性稍好, 但不甚理想。为改善我们可采取改良电路

2. 改良后电路:

- 在 $R_{fz}/R_0 = 0.1$ 时, 当 $\frac{R_2}{R_0} \in [0.3, 0.9]$ 时调压特性比分压器式电路好
- 尤其在均匀情况时 ($\frac{R_2}{R_0} \in [0.3, 0.7]$), 其调压特性趋近于线性。
- 极端情况时 ($R_2 \rightarrow 0$), 相当于在原本串联的两个电阻 R_0, R_{fz} 上的 R_0 , 并联了一个电阻 R , 破坏了线性性, 故分压特性比原本电路差。

原始数据拍照

$$R_0 = 10 \times 100 \Omega$$

$$U = 2 \text{ V}$$

$R_2(n)$ $U_p(v)$ (n)		0	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000
∞	1.9×10^{-5}	0.201	0.402	0.602	0.803	1.00	1.21	1.41	1.61	1.81	2.00	
10k	1.8×10^{-5}	0.199	0.395	0.590	0.784	0.979	1.18	1.38	1.58	1.79	2.01	
1k	1.8×10^{-5}	0.185	0.348	0.500	0.651	0.801	0.975	1.17	1.39	1.67	2.00	
100	2.0×10^{-5}	0.113	0.164	0.207	0.251	0.304	0.375	0.478	0.648	0.985	2.00	
100改良	4.2×10^{-4}	0.736	0.887	0.957	1.00	1.04	1.07	1.12	1.12	1.32	2.00	

桌号: A15

器材: 电路实验箱: 11029492

电源: 15033975

万用表(I): 15028054

台式万用表: 16044694

签名: 周恩贤 董博文

胡文彬